UNE CORRECTION POSSIBLE

EXERCICE 1

1)a- La fonction $(x \mapsto x^2 - 2x + 2)$ est dérivable et strictement positive sur IR

$\Rightarrow f : x \mapsto \text{Log}(x^2 - 2x + 2)$ est dérivable sur IR.

• $\forall x \in \text{IR}; f'(x) = \dfrac{2x-2}{x^2-2x+2}$

$\Rightarrow \forall x \in \text{IR}; \text{signe}[f'(x)] = \text{signe}[2x-2]$

D'où le tableau de variation de f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	
f(x)	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

⊡ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} [x^2 - 2x + 2] = \lim\limits_{x\to\pm\infty} [x^2] = +\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \text{Log}[x^2 - 2x + 2] = +\infty$

b- Soit $x \in \text{IR}$ (qui est le domaine de définition de f)

★ $(2 \times 1 - x) \in \text{IR}$

⊞ $f(2 \times 1 - x) = \text{Log}\left[(2-x)^2 - 2(2-x) + 2\right]$

$= \text{Log}[4 - 4x + x^2 - 4 + 2x + 2] = \text{Log}(x^2 - 2x + 2) = f(x)$

Ainsi ★ et ⊞ $\overset{\text{th}}{\Rightarrow}$ D : $x = 1$ est un axe de symétrie de $\mathscr{C}$

c- On a déjà $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

de plus $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\text{Log}\left[x^2\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)\right]}{x}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \left[\dfrac{2\text{Log}(x)}{x} + \dfrac{\text{Log}(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2})}{x}\right] = 0$

Par suite $\mathscr{C}$ possède une branche infinie parabolique de direction celle de l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$.